

学校编码: 10384
学号: 23320091152825

分类号____密级____
UDC_____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

基于边缘保持的偏微分方程
图像复原方法研究

Research on Partial Differential Equations
Image Restoration Based on Edge Preservation Method

许磊

指导教师姓名: 张晓玲 副教授
专 业 名 称: 信号与信息处理
论文提交日期: 2012 年 5 月
论文答辩时间: 2012 年 5 月
学位授予日期: 2012 年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2012 年 月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为()课题(组)的研究成果,获得()课题(组)经费或实验室的资助,在()实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（ ） 1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

（ ） 2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

摘要

成像系统受各种因素的影响,导致了图像质量的降低。图像复原利用退化过程的先验知识,去恢复已被退化图像的本来面目。利用图像复原技术,可以增强图像的主观视觉效果,还可以使处理后的图像更适合后续的分析 and 研究,所以一直以来都是图像处理领域一个备受关注的问题。传统的图像复原方法在去除噪声的同时往往会破坏边缘、线条、纹理等图像特征,为此,需要通过引入新的理论对图像复原进行研究。基于偏微分方程(Partial Differential Equations, PDEs)的图像复原算法在恢复图像的同时,能够很好的保持图像的细节特征,因此,近年来受到越来越多的关注。

本文在简要介绍 PDEs 用于图像复原基本框架的基础上,为了更好的保持图像的边缘信息,基于曲率扩散与冲击滤波器 PDEs 模型,提出了以下改进算法:

一. 双边滤波是一种既可有效降低图像噪声又可保持图像边缘细节的滤波技术,能同时利用邻域内像素点的几何空间距离信息和灰度相似度信息,较之传统高斯滤波器,可以较好的保持边缘,保留高频细节信息。基于双边滤波器的思想,针对传统的偏微分方程方法仅仅利用梯度即灰度信息来决定扩散,我们提出了自适应梯度算子,其不仅利用像素点之间的灰度信息,而且利用邻域像素点的几何空间信息来判断边缘,决定扩散方向。相关实验结果表明,采用该算子的各向异性扩散模型其主客观效果明显优于采用梯度算子的各向异性扩散模型。

二. 由于保存了过多的高频信息,基于双边滤波思想的自适应梯度算子无法有效去除图像中边缘及纹理区域的噪声。本文基于非局部思想提出了非局部扩散算子,它定义了一个以像素自身为中心的领域,领域内像素间权值不是通过单个像素上灰度的比较,而是由该像素为中心的小领域上灰度分布的相似性来决定,因而可以有效去除局部算法无法去除的边缘及纹理区域的噪声,同时很好的保留边缘信息。文中通过方法噪声的概念,从物理意义的角度充分阐明了非局部扩散算子相对于局部算法的改进之处。

关键字: 图像复原; 偏微分方程; 双边滤波器; 非局部均值

Abstract

Imaging system is affected by various factors which results in reduction in image quality. Image restoration method makes use of a prior knowledge of the degradation process to restore the essence of the degraded image. By using image restoration techniques, the subjective visual effect of the image can be enhanced and the restoration image is more suitable for subsequent analysis and treatment research, so image restoration method has always been a major concern in the field of image processing. The traditional method of image restoration tends to undermine the edges, lines, textures and other images feature while removing noise. To this end, new theory needs to be introduced to make the image restoration algorithm improved. Image restoration algorithm based on partial differential equations (Partial Differential Equations, PDEs) can be better able to keep the details of the image features and restore the image at the same time which makes PDEs attract more and more attentions in recent years.

In this paper, a brief introduction of the basic framework PDEs used for image restoration is given firstly. Based on this the following algorithms are proposed using shock filter coupled to curvature diffusion model in order to better keep the edge information of the image:

1. The bilateral filter can effectively reduce image noise and keep the details of the image by taking advantage of geometry space distance information and gray similarity information in the neighborhood simultaneously. Compared to the traditional Gaussian filter it can keep edge and retain high-frequency details better. Based on the idea of the bilateral filter and the problem that the gradient using in the partial differential equations only makes use of the gray level information to determine the diffusion, we propose the adaptive gradient operator which not only makes use of the gray-scale information between pixels, but also takes advantage of the geometric space information in the neighborhood to judge edges and determine

the direction of the diffusion. The relevant experimental results show that no matter in the subjective effect or objective effect the anisotropic diffusion model using the adaptive gradient operator is superior to the anisotropic diffusion model using the ordinary gradient operator.

2. For saving too much high frequency information, the adaptive gradient operator model based on the idea of bilateral filtering cannot effectively remove noise in the edge and texture regions. Based on non-local idea a non-local diffusion operator is proposed in this paper. It defines a neighborhood for pixels using pixel itself as the center. The Weights between pixels in the field are not determined by comparing on a single pixel grayscale but according to similarity of gray level distribution of the small neighborhood centered on the pixel itself. As a result, it can effectively remove the noise in the edge and texture regions which cannot be removed by the local algorithm and preserve good edge information at the same time. Subsequently we fully clarify the nonlocal diffusion operator relative to the local algorithm improvement through the conception of method noise from the point of view of the physical significance.

Key words: Image restoration; Partial differential equation; Bilateral filter; Non-local means filter

目 录	
第一章 绪 论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.3 论文主要内容和结构	4
第二章 图像复原概述	6
2.1 图像复原基本理论	6
2.1.1 图像处理基本概念	6
2.1.2 图像复原的数学模型	9
2.1.3 病态反问题的求解	10
2.2 传统图像复原方法	12
2.3 图像复原效果评价	14
第三章 基于 PDEs 的图像复原理论	17
3.1 PDEs 用于图像复原的数学基础	17
3.1.1 偏微分方程的基本形式	17
3.1.2 偏微分方程的理论基础	18
3.1.3 偏微分方程的数值计算	22
3.2 基于 PDEs 的图像复原基本框架	24
3.3 基于 PDEs 的图像复原经典模型	27
3.2.1 各向同性的热扩散方程	27
3.2.2 各向异性的 PM 模型	28
3.2.3 基于张量的各向异性扩散	29
第四章 基于自适应梯度算子的 PDEs 图像复原算法	31
4.1 基于曲率扩散与冲击滤波器 PDEs 模型	31
4.2 双边滤波器的基本思想	32

4.3 基于自适应梯度算子的 PDEs 图像复原算法	34
4.4 实验结果与分析	37
4.5 本章小结	44
第五章 基于非局部扩散算子的 PDEs 图像复原算法	45
5.1 非局部均值滤波器的基本思想	45
5.2 基于非局部扩散算子的 PDEs 图像复原算法	47
5.3 实验结果与分析	50
5.4 本章小结	53
第六章 总结与展望	55
参考文献	57
致 谢	62
附 录	63

Table of Contents

Chapter1 Introduction.....	1
1.1 Background and significance	1
1.2 Research status at home and abroad.....	2
1.3 Main work and content arrangements of the thesis.....	4
Chapter2 Overview of image restoration	6
2.1 Basic theory of image restoration	6
2.1.1 Basic concept of image processing.....	6
2.1.2 Mathematical model of the image restoration	9
2.1.3 Solution of ill-posed inverse problem	10
2.2 Traditional method for image restoration	12
2.3 Effect evaluation of image restoration	14
Chapter3 Theory of image restoration based on PDEs.....	17
3.1 Mathematical foundations of PDEs for image restoration.....	17
3.1.1 Basic form of partial differential equations	17
3.1.2 Theoretical basis of partial differential equations	18
3.1.3 Numerical calculation of the partial differential equations	22
3.2 Basic frame of the image restoration based on PDEs	24
3.3 Classic image restoration model based on PDEs.....	27
3.2.1 Isotropic heat diffusion equation	27
3.2.2 PM model of anisotropic diffusion.....	28
3.2.3 Anisotropic diffusion based on tensor	29
Chapter4 Image restoration of PDEs algorithm based on adaptive gradient operator	31
4.1 The PDEs model based on Shock filter coupled to curvature diffusion.....	31

4.2 Basic idea of the bilateral filter	32
4.3 Image restoration of PDEs algorithm based on adaptive gradient operator	34
4.4 Experiment results and analysis	37
4.5 Chapter Summary	44
Chapter5 Image restoration of PDEs algorithm based on non-local diffusion operator	45
5.1 Basic idea of non-local means filter	45
5.2 Image restoration of PDEs algorithm based on non-local diffusion operator	47
5.3 Experiment results and analysis	50
5.4 Chapter Summary	53
Chapter6 Conclusion and Expectation	55
Reference	57
Acknowledgements	62
Appendix.....	63

第一章 绪论

1.1 研究背景及意义

随着科学技术的发展，人们对信息的需求日益增长，每天都有大量的信息用数字进行存储、处理和传输。图像具有直观、形象、易懂和信息量大的特点，作为一种承载信息媒介为人们所熟识，是人们获取信息的重要途径。当图像以数字形式进行处理和传输时，具有质量好、成本低、小型化和易于实现等优点，所以这种存储和传输格式已经成为该领域的主要发展趋势。

数字图像处理是指将图像信号转换成数字信号并利用计算机对其进行处理的过程，最早出现于 20 世纪 50 年代，而其作为一门学科大约形成于 20 世纪 60 年代初期。早期的图像处理的目的是改善图像的质量，它以人为对象，以改善人的视觉效果为目的。

数字图像处理技术从广义上可看作是各种图像加工技术的总称，主要包括：图像预处理，边缘检测，图像分割，图像压缩，图像复原，特征特征提取，目标识别，运动检测与跟踪等，还包括为完成上述功能而进行的硬件和系统设计及制作等方面的技术。它是光学、数学、图像学与计算机技术的交叉学科，在众多科学与工程领域中有广泛而重要的应用，如生物医学工程、工业检测、军事制导、医学诊断、遥感及天文观测等。随着科学的进步，人类对大自然探索的不断深入，数字图像处理将在其中发挥更为重要的作用，将会成为一门引人注目、前景远大的新型学科。

与图像处理相关的数学分支包括：微分与黎曼几何，几何代数学，泛函分析（包括变分与偏微分方程），概率与数理统计，奇异值理论等，可以说二十世纪发展起来的数学理论都与图像处理与计算机视觉有关。这种相关性体现在：我们可以把特定的图像处理问题抽象为数学问题，在假定条件下证明问题解的存在性、唯一性与求解算法的正确性。得益于现代数学理论的支撑，而今已经形成三个主要的图像处理方法分支：随机过程建模(stochastic modeling)，小波理论(wavelets theory)与偏微分方程(PDEs: Partial Differential Equations)方法。随机过程建模主要基于马尔可夫随机场理论，直接对数字图像进行处理；小波理论从一维信号处

理中继承而来,依赖于分解技术;PDEs 方法自 19 世纪以来被广泛应用于图像处理领域,具体涉及几何,PDEs,变分理论,数值分析等多个数学领域。

由于图像在采集、获取、编码、存储和传输等过程中会产生各种各样的误差,如光学系统衍射、传感器非线性畸变、光学系统的像差、图像运动造成的模糊以及几何形变等,这些误差均影响了人们对信息的获取,所以需要采用各种手段来对图像进行加工和处理,来提高图像质量,以获得我们所需要的重要信息。

图像复原是数字图像处理中一项最基本的课题,它在图像处理过程中发挥着不可忽视的重要作用。图像复原是图像分析处理的前期必要工作,它的主要目的在于改善给定图像的质量,如滤波以减弱噪声的影响,增强图像边缘。图像复原过程就是对给定的退化图像或噪声污染图像,根据某种先验知识来重建或恢复原有图像的过程。经典的恢复方法包括逆滤波、维纳滤波、中值滤波、高斯滤波等技术。

图像的低通滤波在降噪的同时模糊图像的边界,而图像的大部分信息存在于边缘和轮廓部分,并且人对图像的高频部分(边缘细节)是很敏感的,所以传统的图像复原方法在去除噪声的同时往往会破坏边缘、线条和纹理等图像特征,降低图像的主观效果。图像复原是图像处理领域中一项基本而又十分关键的技术,一直是图像处理领域的一个难题。

如何解决好这一对矛盾是评价图像复原模型好坏的一个重要标准。为了解决这些问题,近年来,国际上研究的重点转向了 PDEs 的图像处理与分析技术。基于 PDEs 的正则化方法可以看作是一种非线性滤波技术,它以某种方式简化数据使得只有那些值得注意的图像特征被保持,在去除噪声的同时能够更好的保持边缘、线条和纹理等图像特征,因此在图像复原中得到广泛的运用。

1.2 国内外研究现状

在图像处理的发展过程中,用偏微分方程的方法进行图像复原已经成为一个受人关注的研究热点。偏微分方程从分析图像和噪声的数学模型入手,结合了数学理论及多种数学工具,建立了图像复原与偏微分方程相联系的理论。另外,它在图像分析、识别、分割、边缘检测、立体视觉深度检测、动态图像修补、医学图像处理、运动分析等方面得到了一定的应用。

Rudin^[21]等人的研究以及 Koenderink^[5]对于图像结构的摸索,可以说为偏微分方程应用于图像处理做了最早的铺垫,他们提出了把一组图像在多个尺度上描述尺度空间的定义。该理论构建了偏微分方程进行图像处理的基础。Koenderink 和 Witkin^[6]对此的研究可以说带来了划时代的意义,因为最初,偏微分方程图像去噪就是以高斯卷积为代表的一类低通滤波器等价于求解以信号为初值的热传导方程。

在此基础上, Perona 和 Malik^[7]给出非线性各向异性扩散方程模型用于图像处理,并成为这一领域富有影响的工作。该模型使用具有保护边缘特性的定向扩散代替具有高斯光滑核的各向同性扩散,不仅减弱图像的模糊程度,而且还有效地去除了噪声。在偏微分方程模型的发展历史中,由线性模型到非线性模型是一个质的进步,它有效的提高了模型的复原性能,奠定了 PDEs 模型用于图像复原处理的理论基础,开辟了一个图像处理应用研究的新领域。

然而 PM 模型是个病态的数学函数,缺乏理论基础。它无法处理边缘处的噪声, PM 扩散方程约束的梯度是一个一阶导数,方程其实是用分片的平面去逼近含噪图像,于是处理后的图像中出现了比较明显的“块状效应”。近几年来,由于国内外学者的不断努力,逐渐完善了基于 PM 方程的图像滤波形式。You^[13]对 PM 模型扩散滤波的行为状态做了分析,认为各向异性扩散是一个能量散发的过程,与能量曲面的形状有关,等价于一个能量最小优化问题的求解。Alvarez^[10]注意到 PM 方程的非适定性,对此作出了一些改进,提出了有选择性的图像平滑方程。更进一步, Catte^[9]等人等人证明了选择性图像平滑模型解的存在唯一性。Chen^[49]等人在此基础上运用黎曼度量发展了这类非线性扩散方程,并证明了解的存在性、唯一性和稳定性。Weikert^[14]等人系统地研究了各向异性扩散的理论,提出了基于张量积的各向异性非线性扩散模型,在处理纹理时显示出其优越性。

除了以上介绍外,偏微分方程复原模型还经历了由低阶模型向高阶模型的发展过程,由实扩散向复扩散的发展过程,由单一型正向扩散方程到前向一后向混合型扩散方程的发展过程等。

近年来,图像处理和计算机视觉中应用偏微分方程受到国内外学者的极大关注。国际上一些图像处理和计算机视觉领域的顶级学术期刊(如: IEEE Trans. on PAMI、IEEE Trans. on Image Processing 等)分别专门发表过以 PDEs 应用为主题

的特刊，国际学术会议 CVPR, ICCV, ICIP 等也为此召开了特别国际会议。目前美国加州大学洛杉矶分校、法国 Sophia Antipolis 等机构在该领域研究处于领先地位。近年来国内也非常重视对该领域的研究，中科院自动化所等单位也为此召开了专题研讨会。

1.3 论文主要内容和结构

论文主要研究基于偏微分方程的图像复理论以及双边滤波器思想和非局部均值滤波器思想在偏微分方程图像复原中的应用。论文首先提出了一种新的自适应梯度算子，通过在传统的梯度算子引入图像的空间几何信息，由图像空间的临近关系与灰度上的相似性来控制扩散，成功提高了图像的复原效果。同时针对局部算法很难进一步提高的问题提出了基于非局部扩散算子的复原模型，利用像素点之间图像块之间的相似性来决定扩散方向和程度，可以有效的去除噪声，保留边缘，提高复原效果。

本文具体安排如下：

第一章是绪论，主要阐明本文的研究背景和意义，简要介绍图像复原技术的基本发展，分析国内外研究现状，并简述论文的主要内容和结构。

第二章主要概述了图像复原的基本概念和数学模型，在理论上分析说明图像复原问题实现的可能性以及基本解决思路。其次对传统图像复原算法进行了总结和梳理，介绍了图像复原效果评价标准以及本文所采用的标准。

第三章在简单介绍了 PDEs 的数学概念和其用于图像处理的理论。然后重点回顾了 PDEs 用于图像复原的经典模型，从数学概念以及物理意义角度对这些模型进行了简要论述和分析讨论，为后续研究打下理论基础，是本文研究工作的基础。

第四章首先分析了 Salim Bettahar^[12]等人于 2008 年提出的基于曲率扩散与冲击滤波器的 PDEs 算法，给出了本文偏微分方程复原模型的基本形式。其次阐述了双边滤波器的基本思想，分析了其与传统高斯滤波器的联系与区别，并利用双边滤波器的思想构造了自适应梯度算子。本章的最后通过具体的实验图像和数据表明了以上改进的可行性和有效性。

第五章首先简要介绍了非局部均值滤波器的基本原理，通过建立非局部滤波

器与双边滤波器之间的联系,分析了非局部算法和双边滤波器等局部算法之间的继承性及其优越性,提出了非局部扩散算子用于偏微分方程图像复原,有效的提高了图像复原效果。

第六章是结束语,回顾总论文的全部工作,指出以后进一步的研究方向。

最后是参考文献和致谢。

第二章 图像复原概述

2.1 图像复原基本理论

2.1.1 图像处理基本概念

1. 图像描述

图像是对客观事物的一种相似性的、生动的描述或表示，在自然的形式下，并不能直接由计算机进行分析。人眼看到的任何自然界的图像都是连续的模拟图像，其形状和形态表现由图像各位置的颜色决定。当我们从某一点观察景物时，物体所发出的光线进入人眼，并在人眼的视网膜上成像，该像反映了客观景物的亮度和颜色随空间位置的变化，因此它是空间坐标的函数。

所谓图像，就是视觉景物的某种形成的表示和记录。我们都熟悉的彩色黑白照片记录了景物中每点的亮度，而彩色照片不仅记录亮度信息，还记录颜色信息。在传统的摄影技术中，记录的机制是化学反应，它取决于落在胶片上的光线和胶片本身的化学特性。随着科学技术的发展，人类不仅能够获得并记录那些人眼可见的图像信息，而且可以利用非可见光和其他手段成像，并转换成人眼可见的图像，如 X 射线成像，红外成像，超声成像等，这就使人的视觉能力大大地增强和延伸。

由于人眼和其他成像系统视野有限，因此图像在空间上是有界的，其取值区域通常定义为矩形，即 $0 \leq x \leq M$ ， $0 \leq y \leq N$ 。图像函数在某一点的值常称为强度或灰度，它与图像在该点的亮度相适应，并用正实数表示，而且这个数值的大小是有限的，即 $0 \leq f(x, y) \leq B$ ，其中 B 表示最大亮度^[2]。

由于计算机仅能处理离散的数据，所以用计算机处理图像时，连续的图像函数必须转换为离散的数据集，这一过程叫做数据图像采集。数据图像采集由图像采集系统完成，经过成像、采集和量化得到数字图像。其中，采样是对空间坐标的量化过程，量化则是对图像函数值的离散化。采样和量化统称为数字化，数字化后的图像一般都用二维矩阵表示。

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库